9. Rezonansinė sklaida

Rezonansai dviejų surištų kanalų uždavinyje.

Iki šiol nagrinėjome dviejų surištų kanalų uždavinius, kuriuose galimi elastiniai ir neelastiniai procesai, t.y. abu kanalai buvo atviri. Atvirų kanalų banginės funkcijos $u_n(\mathbf{r})$ asimptotikoje yra išsiskleidžiančios sferinės bangos. Iš (8.7) asimptotikos matėme, kad tuo atveju, kai kanalas uždaras, $u_n(\mathbf{r})$ asimptotika yra gęstanti banga. Dabar nagrinėsime atvejį, kai neelastinis kanalas yra uždaras. Padarysime prielaidą, kad sistemos $x + A$ energija E artima vienai iš neelastinių kanalų hamiltoniano $\hat{h}_2$ diskretinio spektro tikrinei energijai. Tegul $\{\phi_\lambda\}$ ir $\{E_\lambda\}$ yra hamiltoniano $\hat{h}_2$ tikrinių funkcijų rinkinys:

$$\hat{h}_2 \phi_\lambda = E\lambda \phi_\lambda. \tag{1}$$

Tuomet sistemos $x + A$ surištos būsenos energiją galima užrašyti šitaip:

$$E = E_0, \tag{2}$$

o Gryno funkcijos spektrinį skleidinį apriboti vienu nariu:

$$\hat{G}_2(E) =\simeq \frac{|\phi_0\rangle\langle\phi_0|}{E - E_0}. \tag{3}$$

Įrašę (3) į (8.17), gauname integralinę lygtį

$$u_1 = \psi^{(+)}_{1,\mathbf{k}} + \left[\hat{G}^{(+)}_1(E)\; V_{12}\; \phi_0\right] \frac{1}{E - E_0} \langle\phi_0|V_{21}|u_1\rangle \tag{4}$$

kanalo u_1 funkcijai, kurios asimptotika

$$u_1(\mathbf{r})\Big|_{r\to\infty} = e^{i\mathbf{kr}} + f(\mathbf{k}', \mathbf{k}) \frac{e^{i\mathbf{kr}}}{r}. \tag{5}$$

(4) lygtis leidžia surasti elastinio sklaidos kanalo amplitudę, atsižvelgiant į sąveiką tarp 1 ir 2 kanalų. Pasinaudodami $\psi^{(+)}_{1,\mathbf{k}}$ ir $\hat{G}^{(+)}_1(E)$ asimptotikos išraiškomis

$$\psi^{(+)}_{1,\mathbf{k}}(\mathbf{r})\Big|_{r\to\infty} = e^{i\mathbf{kr}} + f_{el}(\mathbf{k}', \mathbf{k}) \frac{e^{i\mathbf{kr}}}{r}, \tag{6}$$

$$\hat{G}^{(+)}_1(E, \mathbf{r}, \mathbf{r}')\Big|_{r\to\infty} = -\frac{\mu}{2\pi\hbar^2} \left[\psi^{(-)}_{1,\mathbf{k}'}(\mathbf{r}')\right]^* \frac{e^{i\mathbf{kr}}}{r}, \tag{7}$$

elastinės sklaidos amplitudę galime užrašyti dviejų narių suma:

$$f(\mathbf{k}', \mathbf{k}) = f_{el}(\mathbf{k}', \mathbf{k}) + \Delta f(\mathbf{k}', \mathbf{k}). \tag{8}$$

Čia $f_{el}(\mathbf{k}', \mathbf{k})$ – sklaidos potencialu kanale 1 amplitudė, o $\Delta f(\mathbf{k}', \mathbf{k})$ – amplitudės priedas iš sąveikos tarp kanalo 2 diskretinės būsenos ir kanalo 1 tolydinio spektro būsenos:

$$\Delta f(\mathbf{k}', \mathbf{k}) = -\frac{\mu}{2\pi\hbar^2} \frac{\langle \psi^{(-)}_{1,\mathbf{k}'} | \hat{V}_{12} | \phi_0 \rangle \langle \phi_0 | \hat{V}_{21} | u_1 \rangle}{E - E_0}. \tag{9}$$

Šioje išraiškoje esanti $u_1(\mathbf{r})$ kanalo 1 funkcija turi būti surasta, išsprendžiant (4) integralinę lygtį. Pastarosios sprendimui panaudosime šitokį triuką: (4) lygtį pakeisime dviejų lygčių sistema:

$$u_1 = \psi^{(+)}_{1,\mathbf{k}} + \lambda(E) \hat{G}^{(+)}_1 \, \hat{V}_{12} \, \phi_0, \tag{10}$$

$$\lambda(E) = \frac{\langle \phi_0 | \hat{V}_{21} | u_1 \rangle}{E - E_0}, \tag{11}$$

kur $\lambda(E)$ yra pagalbinė funkcija. Įrašius (10) į (11), gaunama

$$(E - E_0)\lambda(E) = \langle \phi_0 | \hat{V}_{21} | \psi^{(+)}_{1,\mathbf{k}} \rangle + \lambda(E) \langle \phi_0 | \hat{V}_{21} \hat{G}^{(+)}_1(E) \hat{V}_{12} | \phi_0 \rangle. \tag{12}$$

Pasinaudodami Gryno operatoriaus išraiška $\hat{G}^{(+)}_1(E) = 1/(E^{(+)} - \hat{h}_1)$ (8.16), surandame, kad

$$\lambda(E) = \frac{\langle \phi_0 | \hat{V}_{21} | \psi^{(+)}_{1,\mathbf{k}} \rangle}{E - E_0 - \langle \phi_0 | \hat{V}_{21} \frac{1}{E^{(+)} - \hat{h}_1} \hat{V}_{12} | \phi_0 \rangle}. \tag{13}$$

Operatorių $1/(E^{(+)} - \hat{h}_1)$ galima užrašti spektrinio skleidinio vaizdavime:

$$\frac{1}{E^{(+)} - \hat{h}_1} = \sum_\nu \frac{|\psi_\nu\rangle\langle\psi_\nu|}{E - E_\nu} + \int \frac{|\psi_{1,\mathbf{k}'}\rangle\langle\psi_{1,\mathbf{k}'}|}{E^{(+)} - E'} \rho(\mathbf{k}') d\Omega dE', \tag{14}$$

kur

$$\rho(\mathbf{k}') = \frac{\mu\hbar k'}{(2\pi\hbar)^3}, \quad E' = \frac{\hbar^2 k'^2}{2\mu}. \tag{15}$$

(14) išraiškoje yra integralas pagal energijas. Jis taške $E' = E^{(+)}$ turi ypatingumą, todėl jam suintegruoti reikia panaudoti rezidiumų metodą ir polius apieti pagal formulę:

$$\lim_{\epsilon \to 0} \frac{1}{a + i\epsilon - x} = \mathcal{P} \frac{1}{a - x} - i\pi\delta(x - a). \tag{16}$$

Bendru atveju bet kokiai funkcijai $f(x)$ (16) formulė yra šitokia:

$$\int \frac{f(x)}{a^{(+)} - x} = \mathcal{P} \int \frac{f(x)}{a - x} dx - i\pi f(a), \tag{17}$$

kur $\mathcal{P}$ žymi integralo pagrindinę reikšmę.

Įrašome (14) į (13) ir pažymime (13) išraiškos vardiklyje esantį narį šitaip:

$$\langle \phi_0 | \hat{V}_{21} \frac{1}{E^{(+)} - \hat{h}_1} \hat{V}_{12} | \phi_0 \rangle = \Delta - i\frac{\Gamma}{2}, \tag{18}$$

kur realiosios dalies išraiška yra šitokia:

$$\Delta = \sum_{\nu} \frac{|\langle \phi_0 | \hat{V}_{21} | \phi_\nu \rangle|^2}{E - E_\nu} + \mathcal{P} \int \frac{|\langle \phi_0 | \hat{V}_{21} | \psi_{1\mathbf{k}} \rangle|^2}{E - E'} \rho(k') d\Omega dE', \tag{19}$$

o menamosios dalies išraišką žymi:

$$\Gamma = 2\pi \int |\langle \psi_{1\mathbf{k}} | \hat{V}_{12} | \phi_0 \rangle|^2 \ \rho(k') d\Omega. \tag{20}$$

Įrašome (18) į (13) ir surandame $\lambda(E)$ ir $\Delta f(\mathbf{k}', \mathbf{k})$ išraiškas:

$$\lambda(E) = \frac{\langle \phi_0 | \hat{V}_{21} | \psi^{(+)}_{1,\mathbf{k}} \rangle}{E - (E_0 + \Delta) + i\Gamma/2}, \tag{21}$$

$$\Delta f(\mathbf{k}', \mathbf{k}) = -\frac{\mu}{2\pi\hbar^2} \frac{\langle \psi^{(-)}_{1,\mathbf{k}'} | \hat{V}_{12} | \phi_0 \rangle \langle \phi_0 | \hat{V}_{21} | u_1 \rangle}{E - (E_0 - \Delta) + i\Gamma/2}. \tag{22}$$

Matome, kad $\lambda(E)$ ir amplitudės priedas $\Delta f(\mathbf{k}', \mathbf{k})$ yra nuo energijos E stipriai priklausančios funkcijos.

Uždavinį dar labiau supaprastinsime. Sakysime, kad tarpkanalinė sąveika sieja uždaro kanalo būseną ϕ_0 tiktai su atviro kanalo 1 tolydinio spektro s banga. Tuomet bangines funkcijas galima pakeisti

$$\psi^{(+)}_{1,\mathbf{k}}(\mathbf{r}) \to e^{i\delta_0} \psi_{1,\mathbf{k}}(\mathbf{r}),$$
$$\psi^{(-)}_{1,\mathbf{k}}(\mathbf{r}) \to e^{-i\delta_0} \psi_{1,\mathbf{k}}(\mathbf{r}), \tag{23}$$

kur $\delta_0 = \delta_0(E)$ – sklaidos potencialinu kanale 1 s bangos fazė, o $\psi_{1,\mathbf{k}}(\mathbf{r})$ – reali funkcija.

Įrašę (23) į (20) ir (22), gauname

$$\Gamma = \frac{k\mu}{\pi\hbar^2} |\langle \psi_{1\mathbf{k}} | \hat{V}_{12} | \phi_0 \rangle|^2, \tag{24}$$

$$\Delta f(\mathbf{k}', \mathbf{k}) = -\frac{1}{2k} e^{2i\delta_0} \frac{\Gamma}{E - (E_0 - \Delta) + i\Gamma/2}. \tag{25}$$

Pavadinkime amplitudės priedą $\Delta f(\mathbf{k}', \mathbf{k}) \equiv f_{rez}$ **rezonansine sklaidos amplitude** ir užrašykime šitokiu pavidalu:

$$f_{rez} = -\frac{1}{2k} e^{2i\delta_0} \frac{\Gamma}{E - E_r + i\Gamma/2}., \tag{26}$$

kur

$$E_r = E_0 + \Delta. \tag{27}$$

Tašką $E = E_r$ vadinsime **rezonanso energija**. Matome, kad ji nesutampa su uždaro kanalo surištos diskretinės būsenos energija, kuri skiriasi nuo rezonansinės per parametrą Δ, vadinamą

rezonanso poslinkiu. Iš (19) formulės matyti, kad rezonanso poslinkio priežastis yra uždaro kanalo 2 surištos būsenos sąveika su atviro kanalo 1 tolydiniu spektru.

Pilna sklaidos amplitudė (8) yra rezonansinės ir sklaidos potencialu amplitudžių suma:

$$f(\mathbf{k}', \mathbf{k}) = f_{el}(\mathbf{k}', \mathbf{k}) + f_{rez}(\mathbf{k}', \mathbf{k}). \tag{28}$$

Rezonansinė amplitudė priklausomybėje nuo energijos turi maksimumą, o sklaidos potencialu amplitudė neturi. Elastinės sklaidos skerspjūvį galima užrašyti trijų narių suma:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f_{el}(\mathbf{k}', \mathbf{k}) + f_{rez}(\mathbf{k}', \mathbf{k})|^2 = \frac{d\sigma_{pot}}{d\Omega} + \frac{d\sigma_{rez}}{d\Omega} + \frac{d\sigma_{inter}}{d\Omega}, \tag{29}$$

kur

$$\frac{d\sigma_{pot}}{d\Omega} = |f_{el}(\mathbf{k}', \mathbf{k})|^2 \tag{30}$$

yra sklaidos potencialu skerspjūvis,

$$\frac{d\sigma_{rez}}{d\Omega} = \frac{1}{4k^2} \frac{\Gamma^2}{(E - E_r)^2 + \Gamma^2/4} \tag{31}$$

yra rezonansinės skaidos skerspjūvis,

$$\frac{d\sigma_{inter}}{d\Omega} = 2Re\{f_{el}(\mathbf{k}', \mathbf{k}) f_{rez}(\mathbf{k}', \mathbf{k})^*\} \tag{32}$$

yra interferencinis narys.

(31) išraiška vadinama **Breito ir Vignerio formule**. Iš jos matyti, kad rezonansinis skerspjūvis pasiekia maksimumą taške $E = E_r$ ir du kartus sumažėja, kai energija pasislenka nuo maksimumo taško per $\pm\Gamma/2$. Todėl Γ vadinamas **rezonanso pločiu**. Jeigu $\Gamma \gg E_r$, maksimumas yra simetriškas. Rezonansas pilnajame skerspjūvyje (31) kaip taisyklė beveik visuomet asimetriškas dėl interferencinio nario indėlio.

Kadangi nagrinėjame atvejį, kai rezonansas pasireiškia tiktai sklaidos potencialu s bangoje, galime sklaidos potencialu skerspjūvyje atskirti s bangos indėlį:

$$f_{el}(\mathbf{k}', \mathbf{k}) = \frac{1}{2ik}\left(e^{2i\delta_0} - 1\right) + \tilde{f}_{el}(\mathbf{k}', \mathbf{k}), \tag{33}$$

$\tilde{f}_{el}(\mathbf{k}', \mathbf{k})$ amplitudėje paliekant visų likusių bangų indėlius:

$$f_{el}(\mathbf{k}', \mathbf{k}) = \sum_{l \neq 0} f_l(\mathbf{k}', \mathbf{k}) = \frac{1}{2ik} \sum_{l \neq 0} (2l + 1) \left(e^{2i\delta_l} - 1\right) P_l(\cos\theta). \tag{34}$$

Tada s bangos pilnutinė amplitudė įgyja šitokį pavidalą:

$$f_{l=0} = \frac{1}{2ik}\left(e^{2i\delta_0} - 1\right) - \frac{1}{2ik} e^{2i\delta_0} \frac{\Gamma}{E - E_r + i\Gamma/2}. \tag{35}$$

Įrašius (33) į (32) matyti, kad diferencialiniame sklaidos skerspjūvyje rezonansinė amplitudė interferuoja su visomis sklaidos patencialu amplitudėmis. Tuo tarpu pilnutiniame skersjūvyje, gautame suintegravus išsklaidyto elektrono kampų atžvilgiu, rezonansinė amplitudė interferuoja tiktai su tuo sklaidos potencialu amplitudės nariu, kuriame yra s bangos indėlis:

$$\sigma = 4\pi \left| \frac{1}{2ik}\left(e^{2i\delta_0} - 1\right) - \frac{1}{2k} e^{2i\delta_0} \frac{\Gamma}{E - E_r + i\Gamma/2} \right|^2 + \frac{4\pi}{k^2} \sum_{l \neq 0} (2l+1) \sin^2 \delta_l. \tag{36}$$

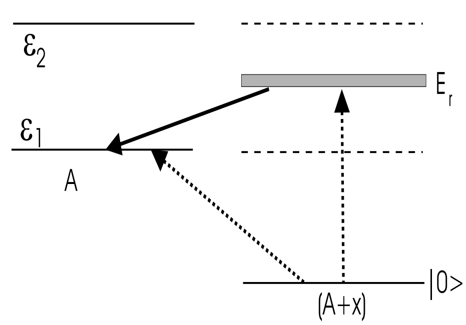
Pradedant (23) formule, visos išraiškos buvo surastos konkrečiam atvejui, kai uždaro kanalo 2 būsena ϕ_0 surišta tiktai su elastinės sklaidos kanalo 1 s banga. Tačiau visos išraiškos turės panašią struktūrą ir bendruoju atveju, kai uždaro kanalo 2 būsena ϕ_0 bus surišta su kita elastinės sklaidos kanalo 1 banga. Tinka ir išvados apie interferenciją ir rezonanso formą.

Dalelių sistemos jonizacijos rezonansinis pobūdis.

Nagrinėsime sudėtingą sistemą $(x + A)$, susidedančią iš dviejų pasistemių x ir A. Paprastumo dėlei tegul ši sistema yra pagrindinėje būsenoje $(x + A)_0$. Indeksas 0 rodo pagrindinę būseną, kuri aprašoma bangine funkcija $\Psi_0(\xi, \mathbf{r})$. Veikiant išorinei perturbacijai

$$\hat{T} = \hat{T}(\xi, \mathbf{r}), \tag{37}$$

kuri veikia abiejų pasistemių koordinates, sistema gali suskilti į sudedamąsias dalis x ir A. Tokio proceso pavyzdžiu gali būti atomų, molekulių ir branduolių jonizacija fotonais, greitais elektronais, protonais ar kitokiomis dalelėmis, greitų elektronų ar kitokių krūvininkų neelastinė sklaida. Nagrinėsime sistemos pagrindinėje būsenoje $(x + A)_0$ perėjimą į tokią sistemos $x + A$ tolydinio spektro būseną, kurioje yra tiktai vienas atviras kanalas, atitinkantis taikinio A pagrindinei būsenai. Būsenų ir galimų šuolių schema pavaizduota 1 pav.



1 pav. Sudėtingos sistemos suskaldymo tiesioginiai ir rezonansiniai šuoliai.

Sakysime, kad $E - x$ dalelės energija atžvilgiu taikinio A pagrindinės būsenos, $E_r = [E(x + A)^*]$ – sistemos $x + A$ tolydinio spektro būsenos energija taip pat taikinio pagrindinės būsenos atžvilgiu, ir

$$0 < E < \varepsilon_2. \tag{38}$$

Darome prielaidą, kad šiame energijų intervale (38) yra sistemos $(x+A)^*$ kvazistacionari būsena, diskretinė arba kitaip sakant surišta atžvilgiu taikinio A būsenos ε_2. Ji vadinama rezonansu ir aprašoma funkcija $\Psi_2(\xi, \mathbf{r}) = \Phi(\xi)\phi_0(\mathbf{r})$. Esant tokiai situacijai, sistemos pagrindinė būsena $(x + A)_0$, veikiant perturbacijai, gali būti suskaldyta dviem būdais:

$$\begin{array}{lcl} (x+A)_0 + T \rightarrow & & x + A, \\ (x+A)_0 + T \rightarrow & (x+A)^* \rightarrow & x + A. \end{array} \tag{39}$$

Čia pirmasis suskaldymo būdas yra tiesioginis, o antrasis – per tarpinę būseną. Šių dviejų mechanizmų interferencija artimų kvazistacionarei būsenai energijų srityje ir yra maksimumų arba minimumų atsiradimo sklaidos skerspjūvyje priežastis.

(39) procesą nagrinėsime dviejų surištų kanalų artinyje, o perturbaciją laikysime maža, kad būtų galima taikyti perturbacijų teoriją.

Pagal perturbacijų teoriją suskaldymo (jonizacijos) proceso amplitudė yra lygi matriciniam elementui:

$$F_{ij}(E) = \langle \Psi(\xi, \mathbf{r}) | \hat{T}(\xi, \mathbf{r}) | \Phi_0(\xi, \mathbf{r}) \rangle, \tag{40}$$

kur funkcija

$$\Psi(\xi, \mathbf{r}) = u_1(\mathbf{r})\Phi_1(\xi) + u_2(\mathbf{r})\Phi_2(\xi) \tag{41}$$

yra stacionariosios Šredingerio lygties (2.1) sprendinys, tenkinantis papildomas sąlygas:

$$\begin{array}{l} u_1(\mathbf{r})|_{r\to\infty} = e^{i\mathbf{kr}} + \text{išsiskleidžianti banga}, \\ u_2(\mathbf{r})|_{r\to\infty} = \text{gęstanti banga}. \end{array} \tag{42}$$

Atskirų kanalų funkcijos $u_1(\mathbf{r})$ ir $u_2(\mathbf{r})$ tenkina (8.13) lygčių sistemą, kurią spręsime artutinai, atsižvelgdami į šio skyriaus pirmojo poskyrio prielaidas:

$$u_1(\mathbf{r}) = \psi_{1,\mathbf{k}}^{(-)} + \tilde{\lambda}(E) \frac{1}{E^{(-)} - \hat{h}_1} \hat{V}_{12}\phi_0, \tag{43}$$

$$u_1(\mathbf{r}) = \tilde{\lambda}(E)\phi_0, \tag{44}$$

kur

$$\tilde{\lambda}(E) = \frac{\langle \phi_0 | \hat{V}_{21} | \psi_{1,\mathbf{k}}^{(-)} \rangle}{E - E_r - i\Gamma/2}. \tag{45}$$

Parametrų E_r ir Γ išraiškos yra atitinkamai (27) ir (21) formulės.

Įrašome (43) ir (44) formules į (41), po to į (40) išraiškas ir gauname sistemos suskaldymo (jonizacijos) amplitudę:

$$F_{fi}(E) = \langle \Phi_1 \psi_{1,\mathbf{k}}^{(-)} | \hat{T} | \Psi_0 \rangle$$
$$+\tilde{\lambda}^*(E) \left\{ \langle \Psi_r \hat{V}(\xi, \mathbf{r}) \frac{|\Phi_1\rangle\langle\Phi_1|}{E^{(-)} - \hat{h}_1} \hat{T} | \Psi_0 \rangle + \tilde{\lambda}(E) \langle \Psi_r | \hat{T} | \Psi_0 \rangle \right\}. \tag{46}$$

Pirmasis narys (46) išraiškoje yra tiesioginio perėjimo į atvirą kanalą amplitudė. Antrasis (46) išraiškos narys aprašo dviejų stadijų šuolio amplitudę, kur $\langle \Psi_r | \hat{T} | \Psi_0 \rangle$ – kvazistacionarios būsenos Ψ_r sužadinimo amplitudė. Daugiklyje $\tilde{\lambda}$ yra kvazistacionarios būsenos Ψ_r išnykimo amplitudė.

Surasime apytiksliai (46) išraiškos antrojo nario išraišką, atmesdami integralo pagrindinę reikšmę (žr. (17) formulę):

$$\langle \Psi_r \hat{V}(\xi, \mathbf{r}) \frac{|\Phi_1\rangle\langle\Phi_1|}{E^{(-)} - \hat{h}_1} \hat{T} | \Psi_0 \rangle \to -i\pi \langle \phi_0 | \hat{V}_{12} | \psi_{1,\mathbf{k}}^{(-)} \rangle \langle \Phi_1 \psi_{1,\mathbf{k}}^{(-)} | \hat{T} | \Psi_0 \rangle. \tag{47}$$

Po tokio veiksmo amplitudę (46) galima užrašyti šitaip:

$$F_{fi}(E) = \langle \Phi_1 \psi_{1,\mathbf{k}}^{(-)} | \hat{T} | \Psi_0 \rangle \left\{ \frac{E - E_r}{E - E_r + i\Gamma/2} + \frac{\Gamma/2}{E - E_r + i\Gamma/2} \right.$$
$$\left. \times \frac{\langle \Psi_r | \hat{T} | \psi_0 \rangle}{\pi \langle \phi_0 | \hat{V}_{12} | \psi_{1,\mathbf{k}}^{(-)} \rangle \langle \Phi_1 \psi_{1,\mathbf{k}}^{(-)} | \hat{T} | \Psi_0 \rangle} \right\}. \tag{48}$$

Įveskime rezonanso **profilio parametrą**:

$$q = \frac{\langle \Psi_r | \hat{T} | \psi_0 \rangle}{\pi \langle \phi_0 | \hat{V}_{12} | \psi_{1,\mathbf{k}}^{(-)} \rangle \langle \Phi_1 \psi_{1,\mathbf{k}}^{(-)} | \hat{T} | \Psi_0 \rangle} \tag{49}$$

ir kintamąjį

$$\varepsilon = \frac{E - E_r}{\Gamma/2}, \tag{50}$$

kuris parodo nuokrypį nuo rezonanso maksimumo taško. Belieka (48) formulę užrašyti paprasčiau:

$$F_{fi}(E) = \langle \Phi_1 \psi_{1,\mathbf{k}}^{(-)} | \hat{T} | \Psi_0 \rangle \frac{\varepsilon + q}{\varepsilon + i}. \tag{51}$$

Sistemos suskaldymo arba jonizacijos tikimybė arba efektinis skerspjūvis yra lygus amplitudės kvadratui:

$$\sigma(E) = \sigma_0 \frac{(\varepsilon + q)^2}{\varepsilon^2 + 1}, \tag{52}$$

kur

$$\sigma_0 = |\langle \Phi_1 \psi_{1,\mathbf{k}}^{(-)} | \hat{T} | \Psi_0 \rangle|^2 \tag{53}$$

yra tiesioginės jonizacijos arba tiesioginio suskaldymo efektinis skerspjūvis.

(52) formulė vadinama **Fano formule**. Ją surадome dviejų surištų kanalų artinyje, kai vienas kanalas atviras, o kitas – uždaras. Didesnio kanalų skaičiaus atveju Fano formulė yra truputį sudėtingesnė. Rezonanso profilio parametras q aprašo jonizacijos (suskaldymo) skerspjūvio rezonanso formą. Kai $|q| \sim 1$, rezonanso profilis labai nesimetriškas. Jeigu $|q| < 1$, rezonansas iškyla virš tiesioginės jonizacijos skerspjūvio, o $|q| > 1$ – jonizacijos skerspjūvis rezonanso taške turi įdubimą.