

## Energijos ir impulso tvermės dėsniai gardelinės šviesos sugerties metu

Pradžioje kokybiškai panagrinėkime svyravimų ir elektromagnetinio lauko sąveiką. Tegul elementariame narvelyje yra  $r$  jonų, tai gardelės virpesių spektrą sudaro 3 akustinės ir  $3(r-1)$  optinių šakų (3, nes yra vienas išilginis ir 2 skersiniai laisvės laipsniai). Jei elektromagnetinės bangos dažnis artimas gardelės savųjų virpesių dažniui, tai elektromagnetinis laukas gali sąveikauti su judančiais gardelės jonais. Dėl šios sąveikos elektromagnetinė banga gali būti sugerama arba atspindima. Tokia šviesos sugertis vadinama gardeline, nes kieto kūno fizikoje sugerties mechanizmų yra daugybė.

Panagrinėkime sugerties mechanizmą. Gardelės svyravimų dažnis  $\omega_s(\mathbf{k})$ , bangos vektorius  $\mathbf{k}$ , indeksas  $s$  žymi svyravimo šakas  $s = 1, 2, \dots, 3r$ . Šviesos (fotono) dažnis ir bangos vektorius bus  $\omega$  ir  $\mathbf{q}$ . Kvantinė mechanika sako, kad svyravimui su dažniu  $\omega_s(\mathbf{k})$  atitinka svyravimų kvantas – fononas, kurio energija  $\hbar\omega_s(\mathbf{k})$ , o judėjimo kiekis (impulsas)  $\hbar\mathbf{k}$ . Taigi jei svyravimas sugeria fotoną, turi galioti energijos ir impulso (kvaziimpulso) tvermės dėsniai. Todėl

$$\begin{aligned}\hbar\omega_s &= \hbar\omega \\ \hbar\mathbf{k} &= \hbar\mathbf{q}\end{aligned}\tag{9.1}$$

Šie sąryšiai padeda kokybiškai ištirti sugerties ypatybes. Šviesos dispersijos dėsnis vakuume labai paprastas

$$\omega = c|\mathbf{q}|,\tag{9.2}$$

kur  $c$  – šviesos greitis.

Infraraudonajame diapazone (jame vyksta gardelės svyravimai,  $\lambda = 7.5 \cdot 10^{-5} \div 10^{-3} \text{ m}$ ), matomos šviesos ( $\lambda = 4000 \div 7500 \text{ \AA}$ ) ir artimajame ultravioletiniame diapazone (pvz.  $\lambda = 3000 \text{ \AA}$ ) šviesos bangos vektoriaus ir kristalo gardelės konstantos  $a \approx 3 \div 5 \text{ \AA}$  sandauga yra mažas dydis. Artimam ultravioletui tai bus

$$qa = \frac{2\pi}{\lambda} a \leq 10^{-2}\tag{9.3}$$

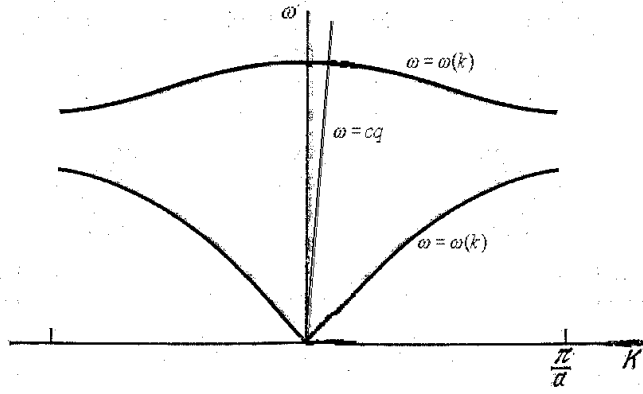
Iš tikro infraraudonojo diapazono spinduliuotei turėsime šį dydį turėsime žymiai mažesnę

$$\begin{aligned}\omega &\approx 10^{12} \div 10^{13} \text{ Hz} \\ a &\approx 3 \div 5 \text{ \AA} \approx 3 \div 5 \cdot 10^{-10} \text{ m} \\ c &\approx 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ qa &= \frac{2\pi}{\lambda} a = \frac{\omega}{c} a \approx \frac{10^{12}}{3 \cdot 10^8} \cdot 3 \cdot 10^{-10} = 10^{-6}\end{aligned}\tag{9.4}$$

Gardelės svyravimams tas pats dydis bus iš pirmos Briliueno zonos

$$0 \leq |k|a \leq \pi \tag{9.5}$$

Taigi šviesa gali žadinti fononus (svyravimus) tik su labai mažais  $k$ . Nusipieškime schemą. Mūsų scemoje matosi, kad šuoliai yra beveik statmeni ir šviesa efektyviai gali žadinti tik optinius fononus ir negali – akustinių. Sugertis vyksta tuose taškuose kur susikerta dispersinės kreivės. Elektromagnetiniai virpesiai



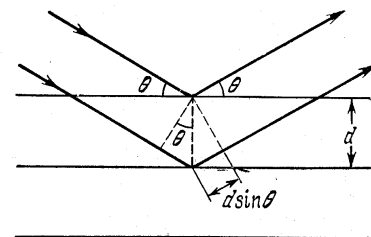
sąveikauja tik su ilgabangiais optiniais svyravimais Taigi gardelės sugerties spektrą sudaro tik  $3(r-1)$  dažniai  $\omega_s(0)$ . Sužadunami daugiausiai skersiniai svyravimai. Tai galioja tik tuo atveju kai sužadavimo metu sukuriamas tik vienas fononas.

**Briliueno ir Ramano sklaida.** Kristalu sklindanti elektromagnetinė banga ne tik sugerama, bet ir sklaidoma. Sąveikaujant su gardelės virpesiais bangos sklidimo kryptis ir dažnis kinta. Nagrinėsime šviesos ir išilginių akustinių virpesių sąveiką.

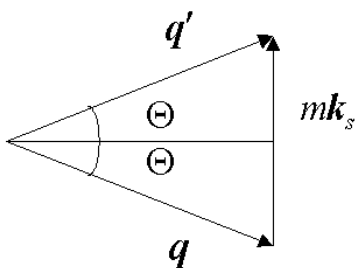
Tegul kristalu sklinda išilginė banga. Dėl to susidaro atomų sutankėjimai ir praretėjimai. Atstumą tarp didžiausių sutankėjimų arba praretėjimų galime surasti iš svyravimų bangos skaičiaus

$$k_s = \frac{2\pi}{\lambda_s}. \text{ Jie nutolę per bangos ilgį } d = \lambda_s = \frac{2\pi}{k_s}.$$

Sutankėjimų ir praretėjimų vietose keičiasi šviesos lūžio rodiklis. Ir kadangi sutankėjimai ir praretėjimai yra periodiški, tai dėl jų susidaro lyg ir antrinė gardelė, nuo kurios plokštumų gali atsispindėti (lūžti) šviesa. Šios antrinės gardelės plokštumos ne stovi bet juda garso greičiu ( apie  $V = 10^3$  m/s). Šviesa sklinda kristale greičiu  $c/n$  ( $n$  – lūžio rodiklis,  $c$  – šviesos greitis



vakuume  $c \approx 3 \cdot 10^8$  m/s), t.y. greičiu maždaug apie  $10^8$  m/s. Taigi garso bangos (periodiniai trikdžiai arba antrinės gardelės plokštumos) juda kristale labai lėtai lyginant su šviesos greičiu. Jei tenkinama Brego sąlyga, tai šviesa atsispindi kaip nuo įprastų kristalografinių plokštumų. Atspindžio metu dar turėsime ir Doplerio efektą: jei



fotonas atsispindi nuo artėjančios plokštumos, tai atspindėtos šviesos dažnis  $\omega'$  bus aukštesnis už krintančios bangos dažnį  $\omega$ , kai fotonas atsispindi nuo tolstančios plokštumos, tai  $\omega' < \omega$ . Tarkim, kad krintančių fotonų bangos vektorius kristale yra  $q$ , o energija  $\varepsilon = \hbar\omega$ , atsispindėjusių –  $q'$  ir  $\varepsilon' = \hbar\omega'$ . Kadangi garso greitis žymiai mažesnis už šviesos greitį kristale, tai šviesos dažnis po

atspindžio kinta labai mažai ( $\omega_{Dop} = \omega \sqrt{\frac{1 \pm V/c}{1 \mp V/c}} = \omega \sqrt{\frac{1 \pm 10^{-5}}{1 \mp 10^{-5}}}$ , artėjančiai bangai

$\omega_{Dop} \approx \omega \cdot 1.00001$ , tolstančiai –  $\omega_{Dop} \approx \omega \cdot 0,99999$ ), todėl tiek šviesos bangos ilgis  $\lambda$  ir bangos vektoriaus absoliutinis didumas  $q$  pakinta labai mažai, t.y.  $q \approx q'$ , o  $q - q'$  lygiagretus gardelės virpesių bangos vektoriui  $k_s$ ,

$$q' - q = \frac{k_s}{k_s} \cdot 2q \sin \Theta \quad (9.6)$$

Fotonai atsispindės tik tomis kryptimis, kurios tenkina Brego lygtį

$$2d \sin \Theta = m\lambda \quad (9.7)$$

t.y. kai nueitos šviesos kelių skirtumas bus kartotinis šviesos bangos ilgiui. Paskutinėje formulėje statome  $d$  ir  $\lambda$

$$2 \frac{2\pi}{k_s} \sin \Theta = m \frac{2\pi}{q} \quad (9.8)$$

arba

$$2q \sin \Theta = mk_s \quad (9.9)$$

Taigi sulyginę pirmąją formulę su šia, gauname

$$q' - q = mk_s \quad (9.10)$$

Šis sąryšis galioja artėjančiai bangai. Judančiai į priešingą pusę (tolstančiai) tereikia tik pakeisti ženklą

$$q' - q = -mk_s \quad (9.11)$$

Arba padauginus iš  $\hbar$  užrašysime judėjimo kiekio tvermės dėsnio pavidale

$$\hbar q' - \hbar q = \pm m \hbar k_s \quad (9.12)$$

Dabar skaičiuokime fotonų dažnio pokytį. Atspindžio taške krintančios ir atspindėtos bangos fazės turi sutapti. Kadangi atspindžio taškas juda tamprios bangos faziniu greičiu  $V = \frac{\omega_s}{k_s}$ ,

tai jo koordinatę  $\mathbf{r}$  laiko momentu  $t$  galima nusakyti

$$\mathbf{r} = Vt \frac{\mathbf{k}_s}{k_s} \quad (9.13)$$

Tada šviesos bangai gauname tokią fazių lygybės taisyklę (turėdami galvoje, kad harmoninės bangos fazė yra  $\mathbf{q}\mathbf{r} - \omega t$ )

$$\mathbf{q} \frac{\mathbf{k}_s}{k_s} Vt - \omega t = \mathbf{q}' \frac{\mathbf{k}_s}{k_s} Vt - \omega' t \quad (9.14)$$

arba supaprastinus

$$\omega' - \omega = (\mathbf{q}' - \mathbf{q}) \frac{\mathbf{k}_s}{k_s} V = (\mathbf{q}' - \mathbf{q}) \frac{\mathbf{k}_s}{k_s} \frac{\omega_s}{k_s} \quad (9.15)$$

Tolimesnis supaprastinimas galimas įrašius  $\mathbf{q}' - \mathbf{q}$

$$\omega' - \omega = m\omega_s \quad (9.16)$$

Kai tamprioji banga tolsta

$$\omega' - \omega = -m\omega_s \quad (9.17)$$

Tai galima užrašyti energijos tvermės dėsnio pavidale padauginus iš  $\hbar$

$$\hbar\omega' - \hbar\omega = \pm m\hbar\omega_s \quad (9.18)$$

Taigi matyti, kad šviesai sąveikaujant su gardelės virpesiais kinta fotonų impulso kryptis ir dažnis, t.y. šviesa sklaidoma netampriai.

Perėjus į kvazidalelių kalbą (fononų, fotonų) matyti, kad sąveikaujant su šviesa gali išnykti arba atsirasti keli svyravimo kvantai. Kadangi fotonų bangos vektoriai yra maži ( $10^7 \text{ m}^{-1}$ ) lyginant su Briliueno zonos matmenimis (apie  $10^{10} \text{ m}^{-1}$ ), todėl sąveikaujant šviesai su kristalo virpesiais atsiranda arba išnyksta tik vienas ( $m=1$ ) fononas.

Čia nagrinėjome tik akustinių išilginių virpesių ir šviesos sąveiką. Kadangi gautos formulės yra tvermės dėsniai, tai rezultatai tinka ir kitų tipų svyravimams.

Šviesos sklaida kurios metu atsiranda arba išnyksta akustinis fononas, vadinama Briliueno sklaida, o kai atsiranda arba sugeriamas optinis fononas – Ramano sklaida. Matuojant sklaidytos šviesos dažnio pokytį, galima rasti fononų dažnius  $\omega_s(k_s)$  arti Briliueno zonos centro. Fononų energija paprastai mažesnė negu  $10^{-2} \text{ eV}$ , todėl šviesos dažnio pokyčiai būna maži. Jie paprastai matuojami interferenciniais metodais.

Kaip matyti iš formulių po sklaidos linijos gali slinkti į didesnių arba mažesnių dažnių sritį. Linijos kurių dažniai  $\omega' < \omega$  vadinamos stoksiškomis, o kai  $\omega' > \omega$  – antistoksiškomis.