Grandinėlės optinės sąvybės infraraudonojoje spektro srityje

Nuo kokybinio ir schematiško nagrinėjimo pereikime prie konkretesnio ir tikslesnio. Toliau nagrinėsime vienmatės grandinėlės svyravimus, kai grandinėlė sudaryta iš dviejų rūšių jonų, t.y. mes vėl turime grandinėlę su dviem atomais elementariame narvelyje, kurių krūviai yra priešingų ženklų $\pm e$. Šiuo atveju būtina įskaityti sąveiką su elektromagnetiniu lauku, nes: (a) jonai svyruodami sukelia kintantį elektromagnetinį lauką (t.y. elektromagnetines bangas) ir patys sąveikauja su šiuo lauku, (b) grandinėlė gali būti patalpinta išoriniame kintančiame eletromagnetiniame lauke. Taigi judėjimo lygtys turi aprašyti ne tik mechanines komponentes, bet ir elektromagnetinio lauko komponentes. Tegul mūsų grandinėlė nepasižymi magnetinėmis sąvybėmis, tad nereikia įskaityti sąveikos su magnetiniu lauku. Tuo būdu **mechaninio judėjimo lygtys** (6.3) tampa tokiomis

$$\begin{aligned} M_1 \frac{d^2\mathbf{s}_n}{dt^2} &= -C(2\mathbf{s}_n - \mathbf{r}_{n-1} - \mathbf{r}_n) + e\mathbf{E} \\ M_2 \frac{d^2\mathbf{r}_n}{dt^2} &= -C(2\mathbf{r}_n - \mathbf{s}_n - \mathbf{s}_{n+1}) - e\mathbf{E} \end{aligned}, \qquad \textbf{(11.1)}$$

čia **E** – elektrinio lauko stiprumas, tiek išorinio tiek ir sukurto jonų. Vektorius naudojame todėl, kad teks toliau tirti skersinius ir išilginius svyravimus vienu metu. Mes jau žinome sprendinio pavidalą tad užrašysime

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_n &= \mathbf{s}(t)e^{ikna} \\ \mathbf{r}_n &= \mathbf{r}(t)e^{ikna} \end{aligned} \qquad \textbf{(11.2)}$$

įstatykime šias išraiškas į lygčių sistemą ir ieškokime sprendinio kai $k \to 0$, nes tik tokie sprendiniai yra patys įdomiausi. Gausime tokią lygčių sistemą

$$\begin{aligned} M_1 \frac{d^2\mathbf{s}}{dt^2} &= -2C(\mathbf{s} - \mathbf{r}) + e\mathbf{E} \\ M_2 \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} &= -2C(\mathbf{r} - \mathbf{s}) - e\mathbf{E} \end{aligned} \qquad \textbf{(11.3)}$$

Šią lygčių sistemą patogiausia spresti atimant antrąją lygtį iš pirmosios prieš tai padalinus abi iš atitinkamų masių

$$\frac{d^2(\mathbf{s} - \mathbf{r})}{dt^2} = -2C\left(\frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2}\right)(\mathbf{s} - \mathbf{r}) + e\mathbf{E}\left(\frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2}\right) \qquad \textbf{(11.4)}$$

Toliau įsivesime keletą pažymėjimų

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2}$$
$$\mathbf{R} = \mathbf{s} - \mathbf{r} \qquad \textbf{(11.5)}$$
$$\frac{2C}{\mu} = \omega_T^2$$

Akivaizdu, kad μ – tai redukuotinė masė, **R** – skirtingų jonų tarpusavio poslinkis, o apie dažnį ω_T^2 (kuris, jei prisimename, yra ilgabangis optinės modos dažnis) pakalbėsime vėliau. Mūsų lygtis naujuose pažymėjimuose taps tokia

$$\frac{d^2\mathbf{R}}{dt^2} = -\omega_T^2\mathbf{R} + \frac{e}{\mu}\mathbf{E} \qquad \textbf{(11.6)}$$

Kadangi kristalas susideda iš jonų, tai veiks du poliarizacijos mechanizmai. Vienas, tai beinercinis (elektroninis) pačių jonų poliarizacijos mechanizmas atsirandantis dėl elektrinio lauko. Antras, tai viso kristalo joninis (stipriai inertiškas) mechanizmas susijęs su mechaniniais gardelės svyravimais, t.y. dėl to, kad jonai pasistumia svyravimo pasekoje vienas kito atžvilgiu ir poliarizuoja kristalą. Taigi poliarizacijos vektorių užrašykime proporcingą elektrinio lauko stiprumui ir jonų tarpusavio postūmiui, įvesdami du proporcingumo daugiklius

$$\mathbf{P} = \gamma_1\mathbf{E} + \gamma_2\mathbf{R} \qquad \textbf{(11.7)}$$

Konstantas γ_1 ir γ_2 nustatysime naudodamiesi sąlygomis, kad skirtingi poliarizacijos mechanizmai tampa esminiais tik tam tikrų dažnių intervale. Pirma, jei dažnis labai didelis, t.y. $\omega \to \infty$, tai grandinėlės jonai nespėja jų sekti ir **R**=0. Tada naudodamiesi poliarizacijos vektoriaus ir elektrinio lauko sąryšiu galime užrašyti

$$\mathbf{P} = \varepsilon_0\chi(\infty)\mathbf{E} = \varepsilon_0[\varepsilon(\infty) - 1]\mathbf{E}, \qquad \textbf{(11.8)}$$

čia $\chi = \chi(\omega)$ ir $\varepsilon = \varepsilon(\omega)$, kai dažnis labai didelis $\omega \to \infty$.

Iš paskutinių dviejų lygybių galime užrašyti

$$\gamma_1 = \varepsilon_0[\varepsilon(\infty) - 1] = \varepsilon_0\chi(\infty) \qquad \textbf{(11.9)}$$

Antra, tegul turime statinį atvejį, t.y. $\omega \to 0$. Tada turėsime $\frac{d^2\mathbf{R}}{dt^2} \to 0$, nes $\mathbf{R} = \mathbf{R}_0 e^{-i\omega t}$ ir tuo būdu

$$\mathbf{R} = \frac{e}{\omega_T^2\mu}\mathbf{E} \qquad \textbf{(11.10)}$$

Įstačius šį rezultatą į poliarizacijos vektoriaus išraišką gausime

$$\mathbf{P} = \left(\gamma_1 + \gamma_2\frac{e}{\omega_T^2\mu}\right)\mathbf{E} \qquad \textbf{(11.11)}$$

Iš kitos pusės statiniam laukui (dažnis lygus nuliui)

$$\boldsymbol{P} = \varepsilon_0[\varepsilon(0) - 1]\boldsymbol{E} = \varepsilon_0\chi(0)\boldsymbol{E} \qquad \textbf{(11.12)}$$

Arba abi išraiškas sulyginę galėsime išreikšti γ_2

$$\gamma_2 = \frac{\omega_T^2\mu}{e}\varepsilon_0[\varepsilon(0) - \varepsilon(\infty)] \qquad \textbf{(11.13)}$$

Taigi galime užrašyti

$$\boldsymbol{P} = \varepsilon_0[\varepsilon(\infty) - 1]\boldsymbol{E} + \frac{\omega_T^2\mu}{e}\varepsilon_0[\varepsilon(0) - \varepsilon(\infty)]\boldsymbol{R} \qquad \textbf{(11.14)}$$

bet ir toliau mes karts nuo karto naudosimės konstantomis γ_1 ir γ_2, kad formulės būtų mažiau griozdiškos.

Nagrinėsime savuosius grandinėlės svyravimus. Tam toliau teks prisiminti **Maksvelo lygtis elektromagnetiniam laukui**

$$\begin{aligned} div\mathbf{D} &= \nabla\cdot\mathbf{D} = \rho \\ div\mathbf{B} &= \nabla\cdot\mathbf{B} = 0 \\ rot\mathbf{E} &= \nabla\times\mathbf{E} = -\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t} \\ rot\mathbf{H} &= \nabla\times\mathbf{H} = \frac{\partial\mathbf{D}}{\partial\mathbf{t}} + \mathbf{j} \end{aligned} \qquad \textbf{(11.15)}$$

ir lygtis jungiančias atitinkamus laukus su indukcijos vektoriais, bei srovės tankį $\boldsymbol{j}$ su elektrinio lauko stiprumo vektoriumi

$$\begin{aligned} \mathbf{D} &= \varepsilon\varepsilon_0\mathbf{E} = \boldsymbol{\varepsilon_0}\mathbf{E} + \mathbf{P} \\ \mathbf{B} &= \mu\mu_\mathbf{0}\mathbf{H} \\ \mathbf{j} &= \sigma\mathbf{E} \end{aligned} \qquad \textbf{(11.16)}$$

Jas spręsime tuose taškuose kur krūvininkų nėra, tad $\rho = 0$ ir $\mathbf{j} = 0$ ir naudosimės tuo, kad kristalas nemagnetinis, t.y. magnetinė skvarba $\mu = 1$. Ir dar, kadangi sprendinių ieškosime pavidale $\mathbf{X} = \mathbf{X}_0 e^{-i(\omega t - \mathbf{k}\cdot\mathbf{r})}$, kur $\mathbf{X}$ – elektrinis ar magnetinis laukas, tai Maksvelo lygtys taps tokiomis

$$\begin{aligned} \mathbf{k}\cdot\mathbf{D} &= 0 \\ \mathbf{k}\cdot\mathbf{B} &= 0 \\ \mathbf{k}\times\mathbf{E} &= \omega\mathbf{B} \\ \mathbf{k}\times\mathbf{H} &= -\omega\mathbf{D} \end{aligned} \qquad \textbf{(11.17)}$$

Pradžioje nagrinėkime **savuosius skersinius svyravimus ir nesiskaitykime su vėlavimo efektais**. Tai reiškia, kad nagrinėdami elektromagnetinį lauką, nesiskaitysime su magnetiniu lauku, t.y. $\mathbf{k}\times\mathbf{E} \approx 0$. Ši vektorinė sandauga skersiniams svyravimams bus lygi nuliui tik tada kai $\mathbf{E}_T$=0, Taigi mūsų lygtis dar supaprastėja

$$\frac{d^2\mathbf{R}}{dt^2} = -\omega_T^2\mathbf{R} \qquad \textbf{(11.18)}$$

Tai yra harmoninio osciliatoriaus lygtis ir sprendinį galime užrašyti iš karto

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_0 e^{-i\omega t}, \tag{11.19}$$

kur $\omega = \pm\omega_T$. Taigi ω_T yra skersinių svyravinų dažnis. Šiuo atveju grandinėlės svyravimai susiję tik su tampriosiomis (bet ne elektrinėmis) kristalo savybėmis.

Savieji išilginiai svyravimai. Greta lygčių dydžiams **R** ir **P** dar turime pridėti Maksvelo lygtį elektrinio lauko divergencijai

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{D} = \mathbf{k} \cdot (\varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}) = 0 \tag{11.20}$$

Išilginiams svyravimams **k** lygiagretus tiek **E** tiek **P**, tad

$$\varepsilon_0 \boldsymbol{E}_L + \boldsymbol{P}_L = 0 \tag{11.21}$$

Ir sulyginę poliarizacijos vektorius gausime

$$-\varepsilon_0 \boldsymbol{E}_L = \gamma_1 \boldsymbol{E}_L + \gamma_2 \boldsymbol{R} \tag{11.22}$$

Išreiškę elektrinį lauką

$$\boldsymbol{E}_L = -\frac{\gamma_2}{\gamma_1 + \varepsilon_0} \boldsymbol{R} \tag{11.23}$$

statykime į **R** judėjimo lygtį

$$\frac{d^2 \boldsymbol{R}}{dt^2} = -\left(\omega_T^2 + \frac{e}{\mu} \cdot \frac{\gamma_2}{\gamma_1 + \varepsilon_0} \right) \boldsymbol{R} = -\omega_L^2 \boldsymbol{R} \tag{11.24}$$

Tai irgi harmoninio osciliatoriaus lygtis, kurio dažnis apsprendžiamas ne tik mechaninio standumo, bet ir elektrinio lauko, t.y. laukas duoda papildomo standumo jonų grandinėlei

$$\omega_L^2 = \omega_T^2 + \frac{e}{\mu} \cdot \frac{\gamma_2}{\gamma_1 + \varepsilon_0} = \omega_T^2 \left[1 + \frac{\varepsilon(0) - \varepsilon(\infty)}{\varepsilon(\infty)} \right] = \omega_T^2 \frac{\varepsilon(0)}{\varepsilon(\infty)} \tag{11.25}$$

Šis sąryšis vadinamas Lideino Sakso ir Telerio (Lyddane – Sachs – Teller) sąryšiu. Jo svarba ta, kad suriša išilginių ir skersinių svyravimų dažnius joniniuose kristaluose. Kadangi $\varepsilon(0) > \varepsilon(\infty)$, tai ir $\omega_L > \omega_T$.

Toliau nagrinėkime **priverstinius joninės grandinėlės svyravimus veikiant išoriniam elektriniam laukui**

$$\boldsymbol{E}_\omega(t) = \boldsymbol{E}_\omega e^{-i\omega t} \tag{11.26}$$

R judėjimo lygtis ta pati kaip ir nuosavųjų svyravimų, tik laukas bus išorinis. Išorinis elektrinis laukas, kintantis dažniu ω, vers grandinėlę svyruoti tuo pačiu dažniu. Tad toliau elektrinio lauko stiprumo vektorius lygtyse žymės pilną sumarinį elektrinį lauką – ir išorinį ir nuosavą grandinėlės. Sprendinio ieškosime standartiniu būdu

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_\omega e^{-i\omega t} \tag{11.27}$$

Gausime

$$\boldsymbol{R}_\omega = \frac{e}{\mu} \cdot \frac{1}{\omega_T^2 - \omega^2} \boldsymbol{E}_\omega \qquad \textbf{(11.28)}$$

Statykime šį rezultatą į (11.7) (arba (11.14)) poliarizacijos vektoriaus išraišką

$$\boldsymbol{P}_\omega = \left[\gamma_1 + \gamma_2 \frac{e}{(\omega_T^2 - \omega^2)\mu} \right] \boldsymbol{E}_\omega = \varepsilon_0 \left\{ [\varepsilon(\infty) - 1] + \frac{\omega_T^2 [\varepsilon(0) - \varepsilon(\infty)]}{(\omega_T^2 - \omega^2)} \right\} \boldsymbol{E}_\omega \qquad \textbf{(11.29)}$$

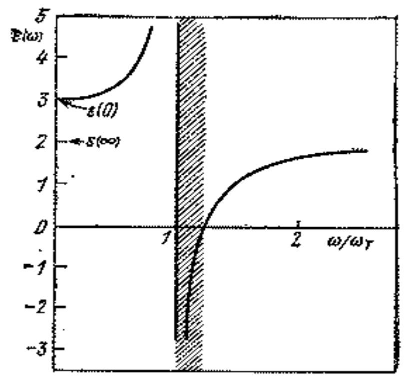
Bet iš kitos pusės

$$\boldsymbol{P}_\omega = \varepsilon_0 [\varepsilon(\omega) - 1] \boldsymbol{E}_\omega \qquad \textbf{(11.30)}$$

Abi lygybes sulyginus, belieka įstatyti γ_1 ir γ_2 vertes ir gausime

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon(\infty) + \frac{\omega_T^2}{\omega_T^2 - \omega^2} [\varepsilon(0) - \varepsilon(\infty)] = \varepsilon(\infty) + \frac{[\varepsilon(0) - \varepsilon(\infty)]}{1 - \dfrac{\omega^2}{\omega_T^2}} = \frac{\omega_L^2 - \omega^2}{\omega_T^2 - \omega^2} \varepsilon(\infty) \qquad \textbf{(11.31)}$$

Dielektrinės skvarbos nulis bus kai $\omega = \omega_L$, o polius (t.y. vardiklis lygus nuliui) – kai $\omega = \omega_T$. Nusipieškime grafiką. Matome, kad dielektrinė skvarba tampa neigiama, kai $\omega_T < \omega < \omega_L$. Ką tai reiškia?



Prisiminkime optikos kurso formules, kuriose susiejami elektromagnetinės bangos parametrai su lūžio rodikliu n ir dielektrine skvarba

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} n^2(\omega) = \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon(\omega), \qquad \textbf{(11.32)}$$

čia c – šviesos greitis vakuume. Lūžio rodiklis bendru atveju yra kompleksinis skaičius

$$n(\omega) = n' + in'' = n' + i\kappa, \qquad \textbf{(11.33)}$$

kur menamoji dalis κ yra sugerties koeficientas. Mūsų ε realus skaičius, o k taip pat menamas

$$k = k_1 + ik_2 \qquad \textbf{(11.34)}$$

Tada pakėlę kvadratu gausime

$$k_1^2 - k_2^2 + 2ik_1k_2 = \frac{\omega^2}{c^2}(n'^2 - \kappa^2 + 2in'\kappa) = \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon(\omega) \qquad \textbf{(11.35)}$$

Iš čia galime parašyti keletą sąryšių

$$\begin{aligned} n'^2 - \kappa^2 &= \varepsilon(\omega) \\ n'\kappa = k_1 k_2 &= 0 \qquad \textbf{(11.36)} \\ k_1^2 - k_2^2 &= \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon(\omega) \end{aligned}$$

Dabar galime suprasti ką reiškia neigiamos dielektrinės skvarbos vertės. Iš gautų lygybių matome, kad arba n' arba κ turi būti lygus nuliui. Tas pats ir su k_1 bei k_2. Kai $\varepsilon(\omega) > 0$, tai $\kappa = k_2 = 0$ ir

$$k = k_1 = \frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon(\omega)} \qquad \textbf{(11.37)}$$

Turime normalią bangą, sugerties koeficientas lygus nuliui.

Kai $\varepsilon(\omega) < 0$, tai $n' = k_1 = 0$ ir sugerties koeficientas nelygus nuliui

$$\kappa^2 = -\varepsilon(\omega) \qquad \textbf{(11.38)}$$

bei

$$k = ik_2 = i\frac{\omega}{c}\sqrt{-\varepsilon(\omega)} \qquad \textbf{(11.39)}$$

Turime bangos eksponentinį gęsimą (sugertį), nes

$$\mathbf{E}(r,t) = \mathbf{E}_0 e^{-i(\omega t - \mathbf{kr})} = \mathbf{E}_0 e^{-k_2 r} e^{-i\omega t} \qquad \textbf{(11.40)}$$

Taigi banga dažnių intervale $\omega_T < \omega < \omega_L$ yra stipriai sugeriama ir sklisti negali.

Poliaritonai. Mes nagrinėjome skersinius optinius fononus joniniuose kristaluose įskaitydami tik statinę Kulono sąveiką tarp jonų. Dabar įskaitysime ir vėluojančią sąveiką. Jonų svyravimas sukelia elektromagnetinį lauką, o vėluojantis elektromagnetinis laukas sąveikauja su svyravimais. Taip susidaro naujo tipo kristalo sužadinimai (kvazidalelės) – poliaritonai. Svyravimų ir elektromagnetinio lauko sąveika itin stipri kai jų banginiai vektoriai ir dažniai sutampa. Tą mes tuoj pamatysime.

Imkime (11.28) $\boldsymbol{R}$ formulę ir statydami į poliarizacijos vektoriaus išraišką (11.7) gausime jau turimą formulę (11.29). Toliau susiesime iš Maksvelo lygčių skersino elektrinio lauko stiprumą su poliarizacijos vektoriumi neatmesdami vėlavimo efektų. Skersiniams laukams Maksvelo lygtys divergencijoms tenkinamos automatiškai. Rašysime lygtį skersinio elektrinio lauko rotoriui

$$\boldsymbol{k} \times \boldsymbol{E} = \omega \boldsymbol{B} = \omega \mu_0 \boldsymbol{H} \qquad \textbf{(11.41)}$$

Dar kartą vektoriškai dauginkime iš $\boldsymbol{k}$ turėsime

$$\boldsymbol{k} \times \boldsymbol{k} \times \boldsymbol{E} = \omega \mu_0 \boldsymbol{k} \times \boldsymbol{H} = -\omega^2 \mu_0 \boldsymbol{D} = -\omega^2 \mu_0 (\varepsilon_0 \boldsymbol{E} + \boldsymbol{P}) \qquad \textbf{(11.42)}$$

Iš kitos pusės (pasinaudoję formule $\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b} \times \boldsymbol{c} = \boldsymbol{b}(\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{c}) - \boldsymbol{c}(\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b})$) galime rašyti

$$\boldsymbol{k} \times \boldsymbol{k} \times \boldsymbol{E} = \boldsymbol{k}(\boldsymbol{k} \cdot \boldsymbol{E}) - \boldsymbol{k}^2 \boldsymbol{E} = -\boldsymbol{k}^2 \boldsymbol{E} \qquad \textbf{(11.43)}$$

Taigi

$$\boldsymbol{k}^2 \boldsymbol{E} = \omega^2 \mu_0 (\varepsilon_0 \boldsymbol{E} + \boldsymbol{P}) \qquad \textbf{(11.44)}$$

Pasinaudokime šviesos greičio vakuume išraiška

$$c^2 = \frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0} \qquad \textbf{(11.45)}$$

Galime išreikšti $\boldsymbol{P}$

$$\frac{\boldsymbol{P}}{\varepsilon_0} = \left(\frac{c^2\boldsymbol{k}^2}{\omega^2} - 1\right)\boldsymbol{E} \tag{11.46}$$

Sulyginkime tai su (11.29) ir gausime lygtį surišančią $\boldsymbol{k}$ su svyravimu dažniu

$$\frac{c^2\boldsymbol{k}^2}{\omega^2} = \varepsilon(\infty) + \frac{\omega_T^2}{\omega_T^2 - \omega^2}[\varepsilon(0) - \varepsilon(\infty)] = \frac{\omega_L^2 - \omega^2}{\omega_T^2 - \omega^2}\varepsilon(\infty) \tag{11.47}$$

Dešinė šios lygties pusė sutampa su kristalo dielektrine skvarba $\varepsilon(\omega)$, suskaičiuota neiskaitant sąveikos vėlavimo. Ši lygtis leidžia rasti bangos skaičių $k = k(\omega)$ kaip dažnio funkciją. Tuo ji aprašo bangos turinčios dažnį ω sklidimą kristalu. Bet mes galime išreikšti ir $\omega = \omega(\boldsymbol{k})$, t.y. bangos dispersijos dėsnį. Taigi gauname naujos rūšies kristalo sužadinimą – *poliaritoną* – kristalo poliarizacijos bangą. Dažnio atžvilgiu lygtis yra ketvirto laipsnio

$$\varepsilon(\infty)\omega^4 - \omega^2[c^2\boldsymbol{k}^2 + \omega_L^2\varepsilon(\infty)] + c^2\boldsymbol{k}^2\omega_T^2 = 0 \tag{11.48}$$

Sprendinys bus toks

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{\omega_T^2\varepsilon(0) + c^2\mathbf{k}^2}{2\varepsilon(\infty)} \pm \sqrt{\frac{(\omega_T^2\varepsilon(0) + c^2\mathbf{k}^2)^2}{4\varepsilon^2(\infty)} - \frac{\omega^2c^2\mathbf{k}^2}{\varepsilon(\infty)}} \tag{11.49}$$

Toliau nagrinėsime tam tikrus ribinius atvejus. Tam teks pasinaudoti šiomis formulėmis iš žinyno

$$\begin{gathered}\sqrt{1 \pm y} \approx 1 \pm \frac{1}{2}y, \qquad y << 1 \\ \sqrt{a \pm x} = \sqrt{a}\sqrt{1 \pm \frac{x}{a}} \approx \sqrt{a}\left(1 \pm \frac{1}{2}\cdot\frac{x}{a}\right) = \sqrt{a} \pm \frac{1}{2}\cdot\frac{x}{\sqrt{a}}, \qquad x << a\end{gathered} \tag{11.50}$$

Mažoms $\boldsymbol{k}$ reikšmėms šaknis apytiksliai bus tokia

$$\begin{gathered}\sqrt{\frac{\omega_L^4\varepsilon^2(\infty) + 2c^2\mathbf{k}^2\omega_L^2\varepsilon(\infty)}{4\varepsilon^2(\infty)} - \frac{\omega^2c^2\mathbf{k}^2}{\varepsilon(\infty)}} = \sqrt{\frac{\omega_L^4}{4} + \frac{c^2\mathbf{k}^2(\omega_L^2 - 2\omega_T^2)}{2\varepsilon(\infty)}} \approx \\ \approx \frac{\omega_L^2}{2} + \frac{1}{2}\cdot\frac{c^2\mathbf{k}^2(\omega_L^2 - 2\omega_T^2)}{2\varepsilon(\infty)}\cdot\frac{2}{\omega_L^2} = \frac{\omega_L^2}{2} + \frac{c^2\mathbf{k}^2}{2\varepsilon(\infty)} - \frac{c^2\mathbf{k}^2}{\varepsilon(0)}\end{gathered} \tag{11.51}$$

ir gausime tokius du sprendinius

$$\begin{gathered}\omega_1^2(\boldsymbol{k}) = \frac{c^2\boldsymbol{k}^2}{\varepsilon(0)} \\ \omega_2^2(\boldsymbol{k}) = \omega_L^2 + \frac{c^2\boldsymbol{k}^2}{\varepsilon(\infty)} - \frac{c^2\boldsymbol{k}^2}{\varepsilon(0)} \approx \omega_L^2\end{gathered} \tag{11.52}$$

Pirmasis dažnis atitinka labai žemo (nulinio) dažnio elektromagnetines bangas, o antras – mechaninius išilginius grandinėlės svyravimus. Didesnėms $\boldsymbol{k}$ reikšmėms tokioms, kad $c^2\boldsymbol{k}^2 >> \omega_T^2\varepsilon(0)$, bet kartu ir $\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{a} << 1$, šaknis bus

$$\sqrt{\frac{2\omega_L^2\varepsilon(\infty)c^2\mathbf{k}^2 + c^4\mathbf{k}^4}{4\varepsilon^2(\infty)} - \frac{\omega^2 c^2\mathbf{k}^2}{\varepsilon(\infty)}} = \sqrt{\left[\frac{c^2\mathbf{k}^2}{2\varepsilon(\infty)}\right]^2 + \frac{c^2\mathbf{k}^2(\omega_L^2 - 2\omega_T^2)}{2\varepsilon(\infty)}} \approx$$
$$\approx \frac{c^2\mathbf{k}^2}{2\varepsilon(\infty)} + \frac{1}{2}\cdot\frac{c^2\mathbf{k}^2(\omega_L^2 - 2\omega_T^2)}{2\varepsilon(\infty)}\cdot\frac{2\varepsilon(\infty)}{c^2\mathbf{k}^2} = \frac{c^2\mathbf{k}^2}{2\varepsilon(\infty)} + \frac{\omega_L^2}{2} - \omega_T^2 \qquad \mathbf{(11.53)}$$

Tad gausime

$$\omega_1^2(\boldsymbol{k}) = \omega_T^2$$
$$\omega_2^2(\boldsymbol{k}) = \frac{c^2\boldsymbol{k}^2}{\varepsilon(\infty)} + \omega_L^2 - \omega_T^2 \approx \frac{c^2\boldsymbol{k}^2}{\varepsilon(\infty)} \qquad \mathbf{(11.54)}$$

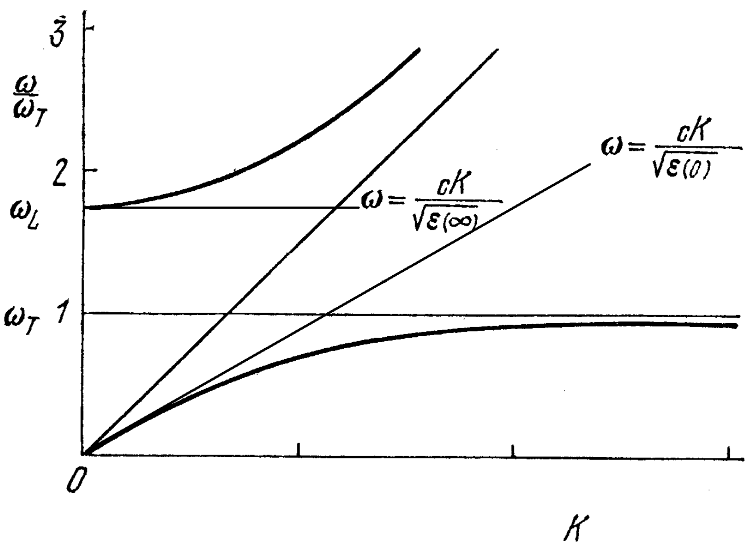
Pirmasis dažnis atitinka skersinius mechaninius grandinėlės svyravimus, o antrasis – didelio dažnio (didelio santykinai, nes **k** mažas) elektromagnetines bangas. Turėsime dviejų elementarių sužadinimų šakas. Pirmoji bus dažnių intervale

$$0 \le \omega_1(\boldsymbol{k}) < \omega_T \qquad \mathbf{(11.55)}$$

o antroji

$$\omega_L \le \omega_2(\boldsymbol{k}) < \infty \qquad \mathbf{(11.56)}$$

Mažesniems ***k*** pirmos šakos sužadinimai sutampa su fotonais dielektrinėje aplinkoje su skvarba $\varepsilon(0)$, o antros su išilginiais fononais. Didesniems ***k***, pirmos šakos sužadinimai sutampa su skersiniais fononais, o antros šakos – su fotonais dielektrinėje aplinkoje su skvarba $\varepsilon(\infty)$. Srityje $k = \frac{\sqrt{\varepsilon(0)}\omega_T}{c}$ (t.y. srityje kur kertasi mechaninių ir elektromagnetinių dispersijos dėsnių kreivės) poliaritonai yra sudėtingas fotonų ir fononų mišinys.



Viena poliaritonų šaka aprašo sužadinimus su dažniais mažesniais negu ω_T, o kita – su didesniais negu ω_L. Reikia paminėti, kad mūsų išvedžiojimuose buvo netsižvelgta į svyravimų dispersijos dėsnį, tad jie tinka tik mažoms ***ka*** vertėms, t.y. $|\boldsymbol{ka}| \ll 1$.